

**Lietuvos bendrojo ugdymo mokyklų 9-12 klasių vaikinių
komandinės matematikos olimpiados uždaviniai**

2023-12-15



1. Funkcijų $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ ir $g(x) = (a + 1)x^2 + 2(b - 2)x + c + 4$ kvadratinių trinarių diskriminantai yra lygūs. Apskaičiuokite $f(2)$. **2t**
2. Kiekvienas iš 10 nykštukų arba visada sako tiesą, arba visada meluoja. Žinoma, kad kiekvienam iš jų patinka tik viena ledų rūšis: grietininiai, šokoladiniai arba vaisiniai. Iš pradžių Snieguolė paprašė pakelti ranką tų nykštukų, kuriems patinka grietininiai ledai ir visi pakėlė ranką. Po to, tų, kuriems patinka šokoladiniai ledai, ir ranką pakėlė pusė nykštukų. Kai paprašė pakelti ranką tų, kuriems patinka vaisiniai ledai, ranką pakėlė vienas nykštukas. Kiek yra nykštukų, kurie visada sako tiesą? **2t**
3. Kiek vario reikia įdėti į 916 prabos 840g aukso, norint gauti 896 prabos aukso lydinį? **2t**
4. Kvadratinės funkcijos $y = x^2 + kx - 4$ grafikas kerta Ox ašį taškuose A ir B , o OY ašį taške C . Su kokiomis k reikšmėmis ir kokį mažiausią trikampio ABC plotą galime gauti? Kokias šaknis su šiomis k reikšmėmis įgis kvadratinis trinaris? **3t**
5. Suprastinkite reiškini $(a - \sqrt{a} + 1)(a + \sqrt{a} + 1)(a - 1)$ ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai $a = \sqrt[3]{5}$. **3t**
6. Duoti trys skaičiai. Jei pirmąjį šių skaičių padidintume 40%, o antrąjį - 20%, tai visų trijų skaičių suma padidėtų 2,5; jei antrąjį skaičių padidintume 40%, o trečiąjį - 20%, tai suma padidėtų 5; ir jei trečiąjį skaičių padidintume 40%, o pirmąjį - 20%, tai suma padidėtų 4,5. Kokia galėjo būti trijų pradinių skaičių suma? **3t**
7. Raskite visus sveikuosius lygties $x^2 - y^2 = 3$ sprendinius. **3t**
8. Su kuriomis sveikosiomis n reikšmėmis reiškinys $\frac{n^2+2n}{n+3}$ lygus sveikajam skaičiui? **4t**
9. Išspręskite lygtį **4t**
$$\sqrt{10 + x + 6\sqrt{1 + x}} + \sqrt{5 - x + 2\sqrt{4 - x}} = 7.$$
10. Gediminas savo darbą gali atlikti per 20h, o Vytauto darbą – per 15h. Vytautas savo darbą gali atlikti per 10h. Per kiek laiko Gediminas ir Vytautas, dirbdami kartu, gali atlikti abu tuos darbus? **4t**
11. Kam lygus iškiliojo penkiakampio $ABCDE$ su kraštinėmis $AE = AB = BC = 2$, $CD = DE = 4$ ir kampais $\angle A = \angle B = 120^\circ$ plotas? **5t**
12. Į nupjautą kūgį įbrėžtas rutulys, kurio tūris sudaro pusę kūgio tūrio. Raskite kampą, kurį sudaro kūgio sudaromoji su didesnio pagrindo plokštuma. **5t**