

Dešimtainiai skaičiai, trupmenos

Ričardas Juozas Kudžma

Afilijuotasis mokslininkas

VU MIF

Lietuvos matematikos mokytojų asociacijos
konferencija

Kaunas

2024-01-04

Prisistatymas

- Dirbau VU MAF'e nuo 1967 rugsėjo (1999 MIF) iki 2016-08-31.
- Nuo 2016 m. rugsėjo 1 d. esu VU MIF afiliuotas mokslininkas. Vasarodavau kaime, dabar ir žiemą ketvirtą žiemą. Kaime turiu visus patogumus kaip ir Vilniuje. Tik parduotuvės nėra už kampo, reikia važiuoti 2 km į Videniškius arba 10 km į Molėtus.
- Covidas padarė vieną gerą darbą – išmokė dirbti nuotoliniu būdu. Dalyvauju įvairiuose seminaruose, darau pranešimus seminaruose, konferencijose. Retkarčiais reiškiausi, tiksliau, reiškiausi Facebook'e.
-

Įvadas

- **Problema.** Seniai pastebėjau, kad lietuviškuose vadovėliuose nėra vienareikšmiško dešimtainės trupmenos apibrėžimo. Neaišku, ar $3/10$ dešimtainė trupmena, ar ji tokia tampa tik parašyta $0,3$.
- **Sprendimas.** Prieš pora metų radau atsakymą vokiškuose ir prancūziškuose vadovėliuose – tai dešimtainio skaičiaus sąvoka.
- Apie dešimtainius skaičius esu rašęs Facebook'e savo puslapyje, taip pat Matematikos mokytojų bei Matematikos mokymo grupėse. kažko ypatingai naujo nepasakysiu, tik viskas bus labiau sudėta į vieną vietą. Dariau pranešimus LMD konferencijose, kituose seminaruose. Manau, kad profesionalius matematikus, gal ne visus, įtikinau dešimtainio skaičiaus sąvokos prasmingumu.
- Nauja sąvoka leidžia atskirti objektus $3/10$ ir $0,3$:
 - $3/10$ – (dešimtainė) trupmena, (decimal) fraction, der Bruch;
 - $0,3$ – dešimtainis skaičius, decimal number, die Dezimalzahl
- Trupmena reikėtų vadinti tik a/b , iš pradžių a, b – natūralieji skaičiai, vėliau ir kitokie.

Planelis

- 1. Lietuviškos realijos

Lūžis įvyko 2021 metais. Pasiskolinau iš pažįstamos sūnaus, besimokančio prancūzų licėjuje, 10 klasės matematikos vadovėlį. Kai pamačiau vieną paveiksliuką, man nušvito visas pasaulis.

- 2. Kodėl 0,3 reikia vadinti dešimtainiu skaičiumi?

Po to beveik pusantrų metų galvojau, kaip įtikinti visuomenę, kad reikalinga dešimtainio skaičiaus sąvoka. Galutinai susidėliojo visi taškai ant „i“ besiruošiant pokalbiui su Molėtų pradinės mokyklos mokytoja.

- 3. Dešimtainės trupmenos ir dešimtainiai skaičiai kitur.

Vaivorykštė, 2017
Viktorija Sičiūnienė

- Spalis. **Dešimtainės trupmenos**
- Paprastasis trupmenas, kurių vardiklyje yra vienetas su nuliais, įprasta rašyti ir kitaip – dešimtainėmis trupmenomis (su kableliu).
- Viena dešimtoji $1/10 = 0,1$
- 1. Žodžiais parašytą trupmeną parašykite **paprastąja** ir **dešimtaine trupmenomis**:
a) trys dešimtosios – $3/10$ ir $0,3$.
- Dešimtainės trupmenos buvo B.Balčyčio ir A.Kiseliovo vadovėliuose.

- Lapkritis. Daug **matinių skaičių**, dar vadinamų skaičiais su kableliu
- $2,748$ kg, $5,52$ Eur, $4,02$ m

- Balandis. Kaip iš dangaus nukrenta skyrelis
- 7. **Dešimtainių skaičių** sudėtis, atimtis
- Už $7,605$ kg obuolių sumokėjau $18,52$ Eur

- Apačioje. Prisimename, kaip sudedami **skaičiai su kableliu**.

Vaivorykštė, 2017
Viktorija Sičiūnienė

Pavyzdys:

Kuri iš trupmenų yra didžiausia, o kuri – mažiausia?

0,875 0,901 0,908

Įrašykime trupmenas į skyrių lentelę:

Vienetai	Dešimtosios	Šimtosios	Tūkstantosios
0	8	7	5
0	9	0	1
0	9	0	8

↓
Skaičiaus 0,875 dešimtųjų skyriuje yra mažiausias skaitmuo, todėl šis skaičius mažiausias.

↓
Skaičių 0,901 ir 0,908 dešimtųjų bei šimtųjų skyriuose yra vienodi skaičiai. Tūkstantųjų skyriaus skaitmenys skirtingi, todėl palyginame tūkstantąsias: 0,001 mažiau nei 0,008, todėl $0,901 < 0,908$.

Ats.: didžiausia iš pateiktų trupmenų yra 0,908, o mažiausia – 0,875.

Déclic 2de Maths, 10 klasé 2019

Cours

1 L'ensemble des réels

a Droite des réels

Notations Les nombres sont classés dans des ensembles en fonction de leurs propriétés.

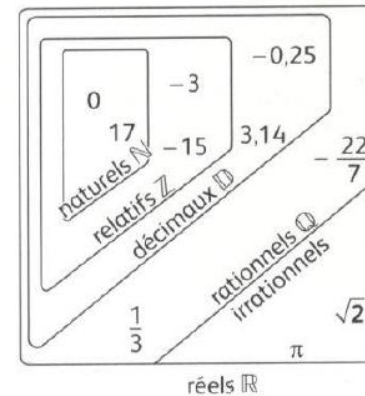
- \mathbb{N} : l'ensemble des entiers naturels.
- \mathbb{Z} : l'ensemble des entiers relatifs.
- \mathbb{D} : l'ensemble des nombres décimaux.
- \mathbb{Q} : l'ensemble des nombres rationnels.
- \mathbb{R} : l'ensemble des nombres réels.

Commentaire

- Ces ensembles sont inclus les uns dans les autres. On écrit :

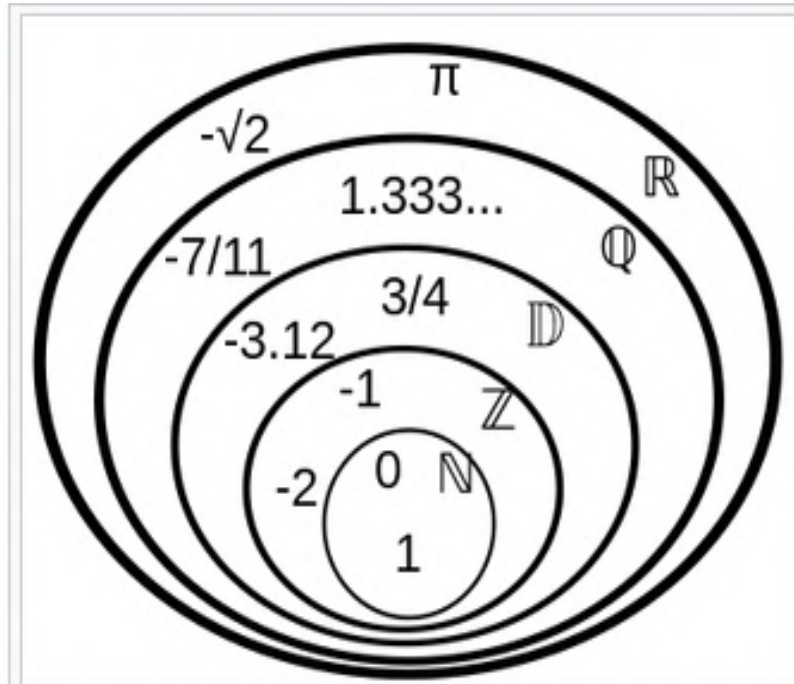
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- L'ensemble des réels est généralement représenté par une droite graduée : « la droite des réels ». À chaque point de cette droite est associé un unique réel représentant son abscisse et à chaque réel est associé un unique point de la droite.



Le symbole \in se lit « appartient à ».
Le symbole \subset se lit « est inclus dans ».

Nombre décimaux (*decimal* daugiskaita)
Dešimtainiai skaičiai prancūziškai



Position de l'ensemble des décimaux **D** par rapport à l'ensemble des entiers relatifs **Z** et à l'ensemble des rationnels **Q**.

Kodėl 0,3 reikėtų vadinti dešimtainiu skaičiumi, jei tai visą gyvenimą vadinome dešimtaine trupmena?

- 1. Išorinė priežastis – anglai, prancūzai, vokiečiai taip vadina. Yra šalių, kur vadina ir dešimtaine trupmena.
- 2. Mes kasdieniniame gyvenime beveik visur susitinkame su objektais, kurių neišdrįstame vadinti tikroju vardu – dešimtainiu skaičiumi. Man, kaip matematikui, dėl to truputį gėda. Beveik visą gyvenimą dėsčiau matematinę analizę, kur viskas vyksta realiųjų skaičių pasaulyje **R**. Su dešimtainiais skaičiais susipažinau tik 2021 metais.
- 3. Kad dešimtainio skaičiaus sąvoka panaikina tam tikrą dviprasmybę, ne visiems svarbu ir įdomu.
- 4. Dešimtainiai skaičiai idealiai pritaikyti dešimtainei matų sistemai. Be to, turi labai įdomią savybę – dalijasi iš 10.
- Ieškojau žiūros taško, iš kurio matyčiau skaičių, ne trupmeną.
- Daug sykių žiūrėjau į vieną puslapį „Matematika Tau“ ir jame mačiau prieštarą tarp *trupmenos* ir *skaičiaus*. Sukūriau paveiksliuką, kuris yra A.Smetonos tekstas išreikštas vaizdu. Pradžia teksto, palikta intriga pabaigti paveiksliuką. Citata:
- „*Po paprastųjų vienetų turi jau eiti vienetai, dešimtį kartų už juos mažesni, vadinasi, dešimtosios;..*“

Valdas Vanagas

Matematika Tau, 6 klasė, 1 dalis

2006

Dešimtainės trupmenos

74

APIBENDRINAME

Mišriuosius skaičius ir paprastąsias trupmenas, kurių vardiklis yra 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, ..., galima užrašyti be vardiklio, kableliu atskiriant sveikąją ir trupmeninę dalis. Taip užrašyta trupmena vadinama dešimtainė.

Skaičiaus skaitmenų skyriai

Sveikoji dalis					,	Trupmeninė dalis										
...	tūkstančių	dešimtys	tūkstančiai	šimtai	dešimtys	vienetai	,	dešimtosios	šimtosios	tūkstantosios	dešimta-	tūkstantosios	šimtatūkstan-	tosios	milijoninės	...
					2		,	0	0	0	0	0	1			

Dešimtainės trupmenos:

$$\frac{3}{100} = 0,03,$$

$$2\frac{1}{100\,000} = 2,00001$$

Skaitome: 0,03 — nulis sveikų ir trys šimtosios; 2,00001 — du sveiki ir viena šimtatūkstantoji

skaičiaus skaitmenų skyrių vienetų lentelė

	yra 10 kartų didesnis už	yra 10 kartų didesnis už	yra 10 kartų didesnės už		
tūkstantis	šimtas	dešimt	vienas		
T	Š	D	V		
1000	100	10	1		
1	1	1	1	1	
	yra 10 kartų mažesnis už	yra 10 kartų mažesnis už	yra 10 kartų mažesnis už		

Paaiškinimas

Sakinį reikia pradėti rodyklės pradžioje ir suderinti žodžius, nes skaičiai parašyti vardininko linksnyje.

Tūkstantis yra 10 kartų didesnis už šimtą.

Šimtas yra 10 kartų mažesnis už tūkstantį.

Performuluota užduotis

skaičiaus skaitmenų skyrių vienetų lentelė

yra 10 kartų didesnis už

šimtas	dešimt	vienas			
Š	D	D			
100	10	1			
1	2	3	4	2	5

yra 10 kartų mažesnis už

Paaiškinimas

Sakinį reikia pradėti rodyklės pradžioje ir suderinti žodžius, nes skaičiai parašyti vardininko linksnyje.

Šimtas yra 10 kartų didesnis už dešimt.

Vienas yra 10 kartų mažesnis už dešimt.

Antanas Smetona

Aritmetikos teorija, 1921

Žinia, jog kiekvienas sveiko skaičiaus skaitmuo reiškia įvairios reikšmės vienetus, destis kurioje skaičiaus vietoje jis parašytas; skaitmuo, kurs stovi iš kairės pusės, reiškia dešimtį kartų didesnius vienetus, negu skaitmuo, kurs stovi greta jo iš dešinės pusės. Po tūkstančių eina šimtai, po šimtų — dešimtys, po dešimčių — paprastieji vienetai. Po paprastųjų vienetų turi eiti jau vienetai, dešimtį kartų už juos mažesni, vadinasi, dešimtosios; po dešimtuųjų eina vienetai, dešimtį kartų už juos mažesni, vadinasi, šimtosios; po jų eina tūkstantosios ir t. t. Jei, pav., skaičiuje

856,3219

skaitmuo 6 reiškia paprastuosius vienetus, tai 3 reiškia dešimtasias, 2—šimtasias, 1—tūkstantasias ir t. t.

Kad vietų reikšmės nepainu būtų suvokti, dedame tarp paprastųjų vienetų ir dešimtainių kablelį. Todėl 856,3219 reiškia

$$856 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{9}{10000}.$$

Praplėstoji skaičiaus skaitmenų skyrių vienetų lentelė
 arba
dešimtainio skaičiaus skaitmenų skyrių vienetų lentelė

šimtas	dešimt	vienas	dešimtoji	šimtoji	tūkstantoji
Š	D	V,	d	š	t
100	10	1,	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
1	2	3,	4	2	5

Diagrama rodo sąryšius tarp vienetų: viršuje – „yra 10 kartų didesnis už“ (nuo vieno vienetą iki dešimto, dešimto iki šimto, šimto iki tūkstanto); apačioje – „yra 10 kartų mažesnis už“ (nuo šimto iki dešimto, dešimto iki vieno, vieno iki dešimto, dešimto iki šimto, šimto iki tūkstanto).

$$\begin{aligned}
 123,425 &= \\
 &= 100 + 20 + 3 && \text{(natūralusis skaičius)} \\
 &\quad + \frac{4}{10} && \text{(trupmena)} \\
 &\quad + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} && \text{(dvi trupmenos)} \\
 &= 100 + 20 + 3 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} && \text{(skyrių suma)} \\
 &= 123 + \frac{425}{1000} && \text{(sveikas skaičius ir trupmena)} \\
 &= 123 \frac{425}{1000} && \text{(mišrusis skaičius)} \\
 &= \frac{123000}{1000} + \frac{425}{1000} && \text{(dviejų trupmenų suma)} \\
 &= \frac{123425}{1000} && \text{(dešimtainė trupmena)}
 \end{aligned}$$

Skaitome:

šimtas dvidešimt trys sveiki ir keturi šimtai dvidešimt penkios tūkstantosios,
 šimtas dvidešimt trys, kablelis keturi du penki.

Šimtas dvidešimt trys – sveikoji dalis, 0,425 – dešimtainė dalis (decimal part)

Prancūziškos dešimtainio skaičiaus išraiškos
collection MYRIADE, 2016
maths 6e, Cycle 3

Išskaidyta dešimtainė išraiška
Trupmeninė išraiška,
Išskaidyta išraiška
Tr

C Différentes écritures d'un nombre décimal

Exemples : On considère le nombre 234,59. Voici quelques-unes de ses écritures :

• Écriture décimale décomposée : $234,59 = 234 + 0,59 = 200 + 30 + 4 + 0,5 + 0,09$
ou $234,59 = 234 + (59 \times 0,01) = (2 \times 100) + (3 \times 10) + 4 \times 1 + (5 \times 0,1) + (9 \times 0,01)$

• Écriture fractionnaire : $\frac{23459}{100}$

• Écriture décomposée : $234,59 = 234 + \frac{59}{100} = 200 + 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{9}{100}$

Matematikos programa, I

7 psl.

- Kadangi pradinėse klasėse mokiniai jau mokėsi apskaičiuoti kelią, greitį (vidutinį) arba laiką, kai žinomi kiti du dydžiai, tai 5-oje klasėje numatyta įgytas žinias taikyti analizuojant naujas, kiek sudėtingesnes situacijas: dviejų kūnų judėjimą ta pačia kryptimi, priešingomis kryptimis, priešpriešinį judėjimą, įskaitant ir situacijas, kuomet objektai pradeda/baigia judėti skirtingu laiku (**atliekami veiksmai ir su dešimtainiais skaičiais**). Mokydami analizuoti šias situacijas, pasitelkime schemas, įvairius praktinius modelius. Parodykime, kaip sudėtingesniais atvejais taikoma iš pradinės mokyklos mokiniams žinoma kelio formulė.

Matematikos programa, II

7 psl.

- Pradinėse klasėse mokiniai mokysis naudoti įvairiais matavimo prietaisais, susipažins su masės, laiko, temperatūros, ilgio, ploto, tūrio vienetais. **5-oje klasėje nauja būtų tik tai, kad matuojamų dydžių skaitinės reikšmės galės būti ir dešimtainiai skaičiai.** Be to, numatyta, jog nuo 5-os klasės mokinių matavimo gebėjimai bus gilinami gamtamokslinio ugdymo srityje, todėl matematikos pamokose dėmesį sutelktume tik į teisingą matavimo skalių naudojimą, ilgio, ploto, tūrio vienetų smulkinimą ir stambinimą, figūrų perimetro, ploto, tūrio skaičiavimus taikant mokiniams žinomas formules. Prasminga būtų visą šią temą plėtoti integruojant gamtamokslinio ir matematinio ugdymo užduotis, pasiūlant mokiniams dalyvauti projektinėse veiklose. Nuo 6-os klasės matavimų temos matematikos pamokose nebeplėtosime, tačiau laikas nuo laiko pasiūlysimė mokiniams įvairių probleminių užduočių, kurias atlikdami jie taikytų įgytas žemesnėse klasėse žinias.

Matematikos programa

- 19 psl.
- 27.1.2. Trupmenos ir dalys. Trupmenos. Mokomasi natūralųjų skaičių užrašyti trupmena. Apibrėžiama mišriojo skaičiaus sąvoka. Mokomasi mišriuosius skaičius perskaityti, palyginti, apvalinti iki sveikajo skaičiaus. **Trupmenas m/n , kurių vardiklyje yra 10, 100, 1000 mokomasi užrašyti dešimtainiais skaičiais (su kableliu).** Nagrinėjant situacijas su matiniais skaičiais, išsiaiškinama, kaip suvienodinti skaitmenų skaičių po kablelio (pavyzdžiui, kodėl 1,5 Eur = 1,50 Eur).
- 21 psl.
- 28. Mokymo(si) turinys. 5 klasė.
- 28.1.2. Trupmenos ir dalys. Trupmenos. Nagrinėjamos trupmenos m/n , kurių vardiklyje gali būti bet koks natūralusis skaičius. Apibrėžiamos sąvokos: taisyklingosios trupmenos, netaisyklingosios trupmenos; mokomasi iš netaisyklingosios trupmenos išskirti sveikąją dalį, mišrųjų skaičių užrašyti netaisyklingąja trupmena. Praktikuojamasi suprastinti, pertvarkyti, palyginti, suapvalinti trupmenas. **Mokomasi trupmenas, kurių vardiklyje yra 10, 100, 1000, ... , užrašyti dešimtainiu skaičiumi (su kableliu) ir atvirkščiai. Praktikuojamasi dešimtainius skaičius perskaityti, užrašyti žodžiais, skaitmenimis, skyrių suma, pavaizduoti, palyginti, apvalinti.**

Matematikos programa, III

51 psl.

- **5 klasė. Veiksmai su trupmenomis.** Praktikuojamasi sudėti ir atimti mišriuosius skaičius, kurių trupmeninės dalys išreiškiamos trupmenomis su skirtingais vardikliais ir kai trupmeninių dalių suma peržengia vienetą.<...> Pagrindžiami su trupmenomis m/n , mišriaisiais skaičiais atliekami sudėties, atimties, daugybos iš natūraliojo skaičiaus veiksmai. <...>
- **6 klasė. Veiksmai trupmenomis.** <...> Vizualizuojami ir pagrindžiami daugybos bei dalybos su trupmenomis m/n , mišriaisiais skaičiais atliekami veiksmai. Iš pradžių aptariama, kaip atliekami šie veiksmai su trupmenomis m/n , vėliau – kaip su **dešimtainiu pavidalu parašytais skaičiais.** <...>
- Dešimtainiu pavidalu parašytas skaičius – tai dešimtainis skaičius

4-5 klasių prancūziškos programos ištrauka

- Tada trupmenos vėliau **dešimtainiai skaičiai pasirodo kaip nauji skaičiai, įvedami siekiant kompensuoti sveikųjų skaičių nepakankamumą**, ypač matuojant ilgį, plotą ir nustatant taškus graduotame skaičių spindulyje.
- Būtina nustatyti ryšį su žiniomis, įgytomis apie sveikuosius skaičius.
- Geras skirtingų sveikųjų skaičių skyrių vienetų (vienetų, dešimčių, šimtų) sąsajų supratimas leidžia juos išplėsti iki dešimtųjų, šimtųjų ir kt.
- Negaliu pateikti paties pirmojo apibrėžimo, nes, kaip minėjau, neturiu pradinės mokyklos knygų.

Lūkesčiai ciklo pabaigoje (4-5 klasių)

- Naudoti ir reprezentuoti didelius natūraliuosius skaičius, paprastąsias trupmenas, dešimtainius skaičius.
- Skaičiuoti su natūraliaisiais ir dešimtainiais skaičiais.
- Spręsti užduotis naudojant paprastąsias trupmenas, dešimtainius skaičius ir skaičiavimus (su skaičiuokliu ?)

Racionalieji ir dešimtainiai skaičiai

$$\mathbf{D} \subset \mathbf{Q}$$

- Racionaliųjų ir dešimtainių skaičių lentelė

Vilius Stakėnas

Matematika 11 I dalis

2002

1.3. Dešimtainės trupmenos

Trupmenos, kurių vardikliai yra dešimties laipsniai, vadinamos *dešimtainėmis*. Jas galima užrašyti be trupmenos brūkšnio, nurodant tik sveikąją dalį ir skaitiklį bei atskiriant šiuos skaičius kableliu. Pavyzdžiui:

$$\frac{8}{10} = 0,8; \quad 1\frac{12}{100} = 1,12; \quad -\frac{1}{100} = -0,01.$$

Bronius Balčytis
Skaičių šalis, 3 klasė
1999, pataisytas leidimas 2003

3. **Verta žinoti.** trupmenas, kurių vardiklis 10, galima užrašyti **dešimtainėmis trupmenomis**, pavyzdžiui:

$$\frac{1}{10} = 0,1; \quad \frac{2}{10} = 0,2; \quad \frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{4}{10} = 0,4 \text{ ir t. t.}$$

4. **Verta žinoti.** Trupmenas, kurių vardiklis 100, irgi galima vadinti **dešimtainėmis trupmenomis** ir užrašyti dešimtaine trupmena, pvz.: $\frac{1}{100} = 0,01$, $\frac{3}{100} = 0,03$, $\frac{10}{100} = 0,10$, $\frac{25}{100} = 0,25$.

Déclic maths 2de

Nombre décimal

Cours

2 Ensembles \mathbb{D} et \mathbb{Q}

a Les décimaux

Définition d est un **nombre décimal** s'il existe un entier relatif a et un entier naturel n tel que $d = \frac{a}{10^n}$.

Remarque

Tous les nombres écrits sous forme de fraction ne sont pas décimaux !

Démo

Démonstration : $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal

On raisonne par l'absurde en supposant que $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal.

Dans ce cas, il existe un entier relatif a et un entier naturel n tel que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$.

Alors $a = \frac{10^n}{3}$. Or une puissance de 10 n'est jamais divisible par 3 : la fraction $\frac{10^n}{3}$ n'est pas entière. Ainsi, le nombre a ne serait pas entier, ce qui contredit l'hypothèse ! On en déduit que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

Rappels

$$10^0 = 1 ; 10^1 = 10$$

Exemples

- 1,25 peut s'écrire $\frac{125}{100}$. C'est donc un nombre décimal.
- -98 peut s'écrire $-\frac{98}{10^0}$. C'est donc un nombre décimal.

Rappel

Un entier est un multiple de 3 si la somme de ses chiffres est égale à un multiple de 3.
Et la somme des chiffres de 10^n vaut toujours...1.

1

Écriture décimale et fractionnaire des nombres

OBJECTIF 1

A Écriture et position

VOCABULAIRE Le système décimal utilise dix chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Avec ces chiffres, on peut écrire tous les nombres.

Exemple : Le nombre 5 239,67 s'écrit avec six chiffres différents.

DÉFINITION Un nombre décimal s'écrit comme la somme de sa partie entière et de sa partie décimale.

Exemple : $5\,239,67 = 5\,239 + 0,67$

Remarque

La position d'un chiffre dans un nombre détermine sa signification.

centaines de mille	dizaines de mille	unités de mille	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
100 000	10 000	1 000	100	10	1	$\frac{1}{10}$ ou 0,1	$\frac{1}{100}$ ou 0,01	$\frac{1}{1\,000}$ ou 0,001	$\frac{1}{10\,000}$ ou 0,0001
		5	2	3	9	6	7		

La partie entière est 5 239.

Place de la virgule

La partie décimale est 0,67.

$$5\,239,67 = (5 \times 1\,000) + (2 \times 100) + (3 \times 10) + (9 \times 1) + (6 \times 0,1) + (7 \times 0,01)$$

↑ cinq milliers ↑ deux centaines ↑ trois dizaines ↑ neuf unités ↑ six dixièmes ↑ sept centièmes

B Les grands nombres

CONVENTION Pour pouvoir lire facilement les grands nombres, on regroupe les chiffres par paquets de trois en écrivant de la droite vers la gauche à partir de la virgule.

Exemple : Le nombre 17 823 750 000 se lit : dix-sept-milliards-huit-cent-vingt-trois-millions-sept-cent-cinquante-mille.

C Différentes écritures d'un nombre décimal

Exemples : On considère le nombre 234,59. Voici quelques-unes de ses écritures :

• Écriture décimale décomposée : $234,59 = 234 + 0,59 = 200 + 30 + 4 + 0,5 + 0,09$
 ou $234,59 = 234 + (59 \times 0,01) = (2 \times 100) + (3 \times 10) + 4 \times 1 + (5 \times 0,1) + (9 \times 0,01)$

• Écriture fractionnaire : $\frac{23\,459}{100}$

• Écriture décomposée : $234,59 = 234 + \frac{59}{100} = 200 + 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{9}{100}$

Veikla

- Dariau pranešimus apie dešimtainius skaičius:
- LMD (tele)konferencijoje (2021),
- VU MIF Tikimybių teorijos ir Skaičių teorijos katedros jubiliejinėje konferencijoje Palangoje (2021), LMD seminare VU MIF prieš pat šv. Kalėdas (2021 gruodžio 20 d.),
- Lietuvos aktuarų draugijos seminare (2022 spalį).

- Turiu prancūziškus vadovėlius 6-11 klasėms.
- Prieš keletą savaičių buvau Prancūziškame licėjuje ir kalbėjausi su dviem mokytojais. Jie pasakė, kad su dešimtainiais skaičiais supažindinami trečioje (?) klasėje.

- Prašiau pradinės mokyklos vadovėlių, bet negavau. Atsiuntė programas 1-3 klasėms ir 4-5. Pirmų trijų klasių programose dešimtainių skaičių neradau, bet 4-5 parašyta daug.

Pratimai

Uždavinys

Mišrusis skaičius	Trupmena	Šimtas	Dešimt	Vienas	dešimtoj	šimtoji	tūkstantoji	Dešimtainis skaičius
		š	D	V,	d	š	t	
		100	10	1,	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
$1\frac{123}{1000}$	$\frac{1123}{1000}$			1,	1	2	3	1,123
$215\frac{405}{1000}$	$\frac{215405}{1000}$	2	1	5,	4	0	5	215,405
			1	0,		1		

Mišrusis skaičius	Trupmena	š 100	D 10	V, 1,	d $\frac{1}{10}$	š $\frac{1}{100}$	t $\frac{1}{1000}$	Dešimtainis skaičius
$1\frac{123}{1000}$	$\frac{1123}{1000}$			1,	1	2	3	1,123
$215\frac{405}{1000}$	$\frac{215405}{1000}$	2	1	5,	4	0	5	215,405
					3			

Antanas Smetona, Aritmetikos teorija, 1921

VI skyrius. Dešimtainės trupmenos.

160. A p i b r ė ž i m a s. Dešimtainėmis trupmenomis vadiname tokias trupmenas, kurių vardikliai išreikšti vienetu su nuliais, tariant, yra dešimties laipsniai. Pavyzdžiui,

$$\frac{5}{10}, \frac{3}{100}, \frac{128}{1000}.$$

Kitokių vardiklių trupmenas vadinama paprastomis trupmenomis. Dešimtainės trupmenos yra patogesnės už paprastasias dėl to,

— 88 —

kad jos yra taip pat lengva parašyti ir skaičiuoti, kaip ir sveikieji skaičiai.

Dezimalzahlen kennenlernen

Zwischen zwei Millimeterstriche eines Lineals passen 10 Milben.



Die Milbe
0,1 mm



Das Pantoffeltierchen
0,05 mm



Der Wasserfloh
1,58 mm



Das Bärtierchen
0,4 mm

Die Längen der Tiere wurden mit Dezimalzahlen angegeben.

Die Vorsilbe „Dezi“ bedeutet „Zehntel“, also der zehnte Teil. Ein Dezimeter ist der zehnte Teil eines Meters.

W

Dezimalzahlen sind Zahlen mit einem Komma. Die Ziffern nach dem Komma sprichst du einzeln.

Nach dem Komma stehen die Nachkommastellen Zehntel (z), Hundertstel (h), Tausendstel (t), ...

Dezimalzahlen kannst du in einer erweiterten Stellenwerttafel eintragen.

In einer erweiterten Stellenwerttafel werden auch die Stellen nach dem Komma aufgeführt.

0,1 und 12,235 sind Dezimalzahlen.

0,1 spricht: Null Komma eins

12,835 spricht: zwölf Komma acht drei fünf

12,835

Zehner Einer, Zehntel Hundertstel Tausendstel
zwölf Komma acht drei fünf

Dezimalzahl	erweiterte Stellenwerttafel				
	Ganze		Nachkommastellen		
	Zehner Z	Einer E	Zehntel z $\frac{1}{10}$	Hundertstel h $\frac{1}{100}$	Tausendstel t $\frac{1}{1000}$
0,1		0	1		
0,05		0	0	5	
4,301	4	3	0		1
12,835	1	2	8	3	5

► **Aufgabe** Übertrage die Stellenwerttafel in dein Heft. Trage die Zahlen ein. Lies sie.
0,4; 0,15; 0,902; 1,58



W

Dezimalzahlen sind Brüche in einer anderen Schreibweise.

Dezimalzahlen kannst du als Brüche mit den Nennern 10, 100, 1000, ... schreiben und andersherum.

Du erkennst an den Nullen im Nenner, wie viele Nachkommastellen die Dezimalzahl hat.

Die Zahlen 10, 100, 1000, ... heißen Stufenzahlen.

Dezimalzahl	H	Z	E	z $\frac{1}{10}$	h $\frac{1}{100}$	t $\frac{1}{1000}$	Bruch
0,8			0	8			$\frac{8}{10}$
0,13			0	1	3		$\frac{13}{100}$
19,526	1	9	5	2	6		$19 \frac{526}{1000}$

Vom Bruch zur Dezimalzahl:

$$\frac{9}{10} = 0,9 \quad 1 \frac{23}{100} = 1,23 \quad \frac{704}{1000} = 0,704$$

► **Aufgabe** Schreibe die Brüche als Dezimalzahl und umgekehrt:

$$\frac{2}{10}; \frac{12}{100}; 0,145; 0,03$$



Die Vorsilbe „Dezi“ bedeutet „Zehntel“, also der zehnte Teil. Ein Dezimeter ist der zehnte Teil eines Meters.

W

Dezimalzahlen sind Zahlen mit einem Komma. Die Ziffern nach dem Komma sprichst du einzeln.

Nach dem Komma stehen die Nachkommastellen Zehntel (z), Hundertstel (h), **Tausendstel (t)**, ...

Dezimalzahlen kannst du in einer **erweiterten Stellenwerttafel** eintragen.

in einer **erweiterten Stellenwerttafel** werden auch die Stellen nach dem Komma aufgeführt.

0,1 und 12,235 sind Dezimalzahlen.

0,1 sprich: Null Komma eins

12,835 sprich: zwölf Komma acht drei fünf



Dezimalzahl	erweiterte Stellenwerttafel				
	Ganze		Nachkommastellen		
	Zehner Z	Einer E,	Zehntel z $\frac{1}{10}$	Hundertstel h $\frac{1}{100}$	Tausendstel t $\frac{1}{1000}$
0,1		0,	1		
0,05		0,	0	5	
4,301		4,	3	0	1
12,835	1	2,	8	3	5

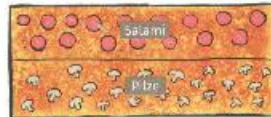
Dreifach Mathe 6, Udo Wennekers, 14 autorių 2021

Wissen

2 Brüche addieren und subtrahieren

Brüche erweitern und kürzen

Jonas und Mia backen Pizza.
Jonas hat seine Pizza zur Hälfte mit Salami
und zur Hälfte mit Pilzen belegt.



Bei Jonas ist 1 Teil von 2 Teilen mit Salami
belegt, also ist der Bruchteil $\frac{1}{2}$.

Mia hat ihre Pizza in Viertel eingeteilt:
zwei Viertel mit Salami, ein Viertel mit
Pilzen und ein Viertel mit Paprika.



Bei Mia sind 2 Teile von 4 Teilen mit Salami
belegt, also ist der Bruchteil $\frac{2}{4}$.

Die Flächen mit Salami sind bei Jonas und Mia gleich groß. Also sind $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{4}$ gleich groß.

W

Brüche erweitern

Der Nenner eines Bruchs gibt an, in wie
viele Teile das Ganze aufgeteilt wurde.



Wenn du das Ganze in noch mehr Teile
einteilst, dann **erweiterst** du den Bruch.
So rechnest du:
Multipliziere den Zähler und den
Nenner mit der gleichen Zahl.
Diese Zahl darf nicht 0 sein.
Der Wert des Bruchs bleibt gleich.

$$\begin{array}{c} \cdot 2 \\ \frac{1}{2} \text{ erweitere } \frac{1}{2} \text{ mit } 2, \frac{2}{4} \\ \cdot 2 \\ \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} \end{array}$$

Wenn du einen
Bruch erweiterst,
dann **verfeinerst** du
die Einteilung.

► Aufgabe Erweitere den Bruch $\frac{1}{2}$ mit 3.

► 1 ► 1 ► 1

W

Brüche kürzen

Wenn du das Ganze in weniger Teile
einteilst, dann **kürzt** du den Bruch.
So rechnest du:
Dividiere den Zähler und den Nenner
durch die gleiche Zahl. Diese Zahl darf
nicht 0 sein.
Der Wert des Bruchs bleibt gleich.



$$\begin{array}{c} \cdot 2 \\ \frac{2}{4} \text{ kürze } \frac{2}{4} \text{ mit } 2, \frac{1}{2} \\ \cdot 2 \\ \frac{2}{4} = \frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2} \end{array}$$

Wenn du einen
Bruch kürzt, dann
vergrößerst du die
Einteilung.

► Aufgabe Kürze den Bruch $\frac{4}{8}$ mit 2.

► 3 ► 2 ► 3

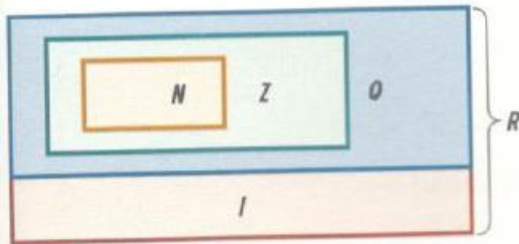
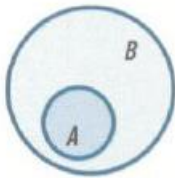
A ir „visi, kiekvienas“



Šviesa

R poaibiai

Poaibis
 $A \subset B$



■ Aibių veiksmai

Aibė A yra aibės B **poaibis**, jei visi aibės A elementai priklauso aibei B .

Rašoma: $A \subset B$, skaitoma: aibė A yra aibės B poaibis.

Tuščioji aibė yra bet kurios aibės poaibis.

Kiekviena aibė yra jos pačios poaibis.

Diagrama kairėje iliustruoja realiųjų skaičių aibės sandarą. Natūraliųjų, sveikųjų, racionaliųjų ir iracionaliųjų skaičių aibės yra šios aibės poaibiai. Natūraliųjų skaičių aibė – sveikųjų skaičių aibės poaibis, sveikųjų skaičių aibė – racionaliųjų skaičių aibės poaibis.

Lietuviškas Google Dešimtainiai skaičiai

- <https://lt.awordmerchant.com/n-meros-decimales>
- **Dešimtainiai skaičiai apibrėžiami kaip simboliai,** išreiškiantys tiek **racionaliuosius**, tiek iracionaliuosius **skaičius**, kitaip tariant, tai yra **ne sveikasis skaitinis posakis**, kurio sudėtyje yra dešimtainė dalis, ir kitas sveikasis skaičius, kurie yra atskirti vienas nuo kito. kableliu, suprantamas kaip būdas išreikšti trupmenas, atsirandančias dėl tikslaus koeficiento.

Prancūžiškas Google

<https://en.wikipedia.org/wiki/Decimal>

Nombre décimal

🌐 9 langues ▾

 Ne doit pas être confondu avec [Système décimal](#).

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire exactement avec un nombre fini de [chiffres](#) après la virgule¹ en [écriture décimale positionnelle](#). Les nombres décimaux sont les [quotients](#) d'[entiers](#) par des [puissances](#) de 10 et se présentent ainsi comme des [rationnels](#) particuliers.

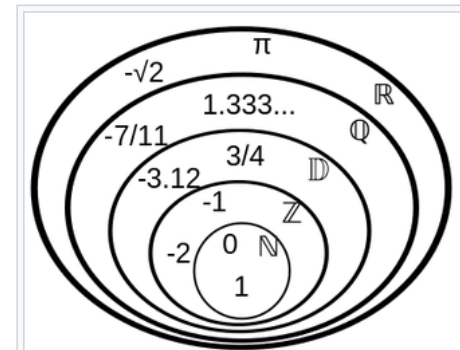
Les nombres décimaux permettent d'[approcher](#) n'importe quel nombre réel et d'effectuer des calculs et comparaisons sur ces valeurs avec des méthodes semblables à celles en usages sur les entiers en numération décimale. Leur usage, qui se répand du [x^e siècle arabe](#)² au [xvi^e siècle occidental](#) avec [François Viète](#) et [Simon Stevin](#), aboutit à la mise en place du [système métrique](#) à la [Révolution française](#).

L'ensemble des nombres décimaux, noté \mathbb{D} , est un [anneau intègre](#), [dense](#) dans la [droite réelle](#), qui est la [localisation](#) de \mathbb{Z} par rapport à l'ensemble des puissances entières positives de 10.

Le choix d'autres [bases](#) que la [base dix](#) mène à la définition d'ensembles de nombres analogues aux nombres décimaux, comme les [fractions dyadiques](#).

$$1,75 = \frac{175}{100}$$

Notation fractionnaire d'un nombre décimal



Position de l'ensemble des décimaux \mathbb{D} par rapport à l'ensemble des entiers relatifs \mathbb{Z} et à l'ensemble des rationnels \mathbb{Q} .

Sommaire [masquer]

- 1 [Notations et opérations](#)
- 2 [Propriétés mathématiques](#)
- 3 [Codage informatique](#)
- 4 [Ensemble des nombres décimaux](#)
- 5 [Cadre historique](#)
- 6 [Notes et références](#)
- 7 [Voir aussi](#)

Žiedo (Z) lokalizacija

- **Apibrėžtis.** Z lokalizacija multiplikatyvaus poaibio S atžvilgiu – aibė santykių (trupmenų) a/s , a iš Z, s iš S, žymima Z_S
- 1. $S = \{1\}$, $Z_1 = Z$.
- 2. $S = \{1, 2, 4, 8, \dots, 2^n, \dots\}$, $Z_2 = B$, dvejetainiai (binary) skaičiai, $a = 101,01101$
- 3. $S = \{1, 10, 100, \dots, 10^n, \dots\}$, $Z_{10} = D$, dešimtainiai skaičiai,
- $p = 3,14$
- 4. $S = \{n, n \text{ iš } Z\}$, $Z_N = ?$
- Galioja sąryšis ($<$ reiškia poaibį)
- $Z < B < D < Q < R$

Leopold Tinsle, 1854
Decimal Brüche

Die

Decimal - Brüche

vollständig und auf eine leichtfaßliche Weise abgehandelt
und auf die im
bürgerlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle
angewendet,
mit Rücksicht auf die
Landesvermessung, Bonitirung und das Grundsteuer-Kataster
im Königreiche Bayern,
wie auch auf
die Bedürfnisse der Gewerbsleute
nebst vielen erläuternden und gemeinnützigen Anmerkungen, besonders
aber Notizen aus der Buchstabenrechnung und Algebra, wie auch aus
der theoretischen und praktischen Geometrie und Stereometrie,

Leopold Tinsle, 1854

Decimal Brüche

mit einem Anhang
die Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzeln
und darauf bezügliche Erläuterungen und Beispiele enthaltend,
für
Schulen und zum Selbstunterrichte.

Von
Leopold Tinsle,
königl. bayer. Bezirksgeometer zu Bamberg.

Motto: Übung macht den Meister.

Zweite verbesserte und mit einem Sachregister vermehrte Auflage.

* Mit einer Figurentafel.

Bamberg, 1854.

Im Selbstverlage und in Commission der Carl Buchner'schen Buchhandlung.

Leopold Tinsle, 1854

Decimal Brüche

Vorbegriffe.

§. 1.

Erklärung. Ein Bruch, dessen Nenner 1 mit so viel angehängten Nullen ist, als der Zähler Zifferstellen enthält, heißt **Decimal-Bruch.** *)

Oder:

Ein Bruch, dessen Nenner 10 oder eine Potenz **) von 10 ist, heißt **Decimal-Bruch.**

So z. B. $\frac{7}{10}$, $\frac{29}{100}$, $\frac{263}{1000}$ u.

Anmerkung. Die allgemeine Formel eines **Decimal-Bruches** ist $\frac{a}{10^m}$,
worin a und m beliebige ganze Zahlen bedeuten.

Erklärung. **Decimal-Rechnung** ist das Verfahren mit **Decimal-Brüchen** zu rechnen.

Zusatz 1. Nach dem gewöhnlichen oder dekadischen Zahlen-Systeme ***) hat eine Ziffer an der ersten Stelle rechter Hand jedesmal ihren

*) **Decimal** stammt her vom lateinischen decem = zehn, daher **Decimal-Brüche** = zehnteilige Brüche.

Terence Tao

Analysis I

- Terence Tao (1975-...) laikomas talentingiausiu šių dienų matematiku. IMO - bronzos medalis 11 metų, sidabro 12, aukso 13, 14, 15.
- Jis knygoje konstruoja natūraliuosius, sveikuosius (neigiamus), racionaliuosius ir realiuosius skaičius. Dešimtainių skaičių nėra, bet yra dešimtainė skaičiavimo sistema.
- The basic reason for this is that *the decimal system itself is not essential to mathematics*.
- Nevertheless, the subject of decimals does deserve an appendix, because it is so integral to the way we use mathematics in our everyday life.

B.2 The decimal representation of real numbers

- We need a new symbol: the *decimal point* “.”.
- Aš turiu savo kolekcijoje „The decimal point“.
- Lauke stovėjo vienišas akmenukas - nei didelis, nei mažas, gana apvalus, plotis apie 170cm, aukštis 110-130 cm (stovi nelygioje vietoje).

The decimal point
Dešimtainis taškas



Pabaigai

- **Faktai:**
- 1854 vokiečiai vartojo dešimtainės trupmenos sąvoką;
- 2019 vokiečiai vartoja dešimtainio skaičiaus sąvoką.

- **Mano samprotavimas:**
- Vokiečiai per 165 metų pakeitė dešimtainę trupmeną į dešimtainį skaičių.
- Kada ir kaip? Nežinau.

- Ar galime mes tai padaryti Lietuvoje?

Mano vizija

- Apie dešimtainius skaičius parašiau Facebook'e 2021 gruodžio 31 d.
- Kai kurie „palaikino“. Paklausiau, ar kas nors aiškiai sutiktų pakeisti dešimtainius skaičius vs. dešimtainės trupmenos. „Taip“ atsakė Albina Zdanevičienė ir Vilija Dabrišienė.
- Trumpai žvilgsnis iš racionaliųjų skaičių. Sugalvojau „racionaliųjų ir dešimtainių skaičių kartelę“
- failas...Racionalieji skaiciai-2.pdf
- Rašiau tekstą Vaivai.
- Kilo klausimas: „Kodėl vieną iš dešimtainio skaičiaus išraiškų turime vadinti dešimtainiu skaičiumi?“
- Po diskusijų su Molėtų pradinėjų klasių mokytoja Edita vėl kilo tas pats klausimas. Tada sugalvojau paveiksluką, kuris man padėjo paskutinį tašką. Prikabinau A.Smetonos tekstą ir prieš pora dienų įkėliau į Facebook'ą kaip uždavinį.